

# حل زیربهبینه مساله کوچکترین مجموعه غالب در شبکه‌های پیچیده

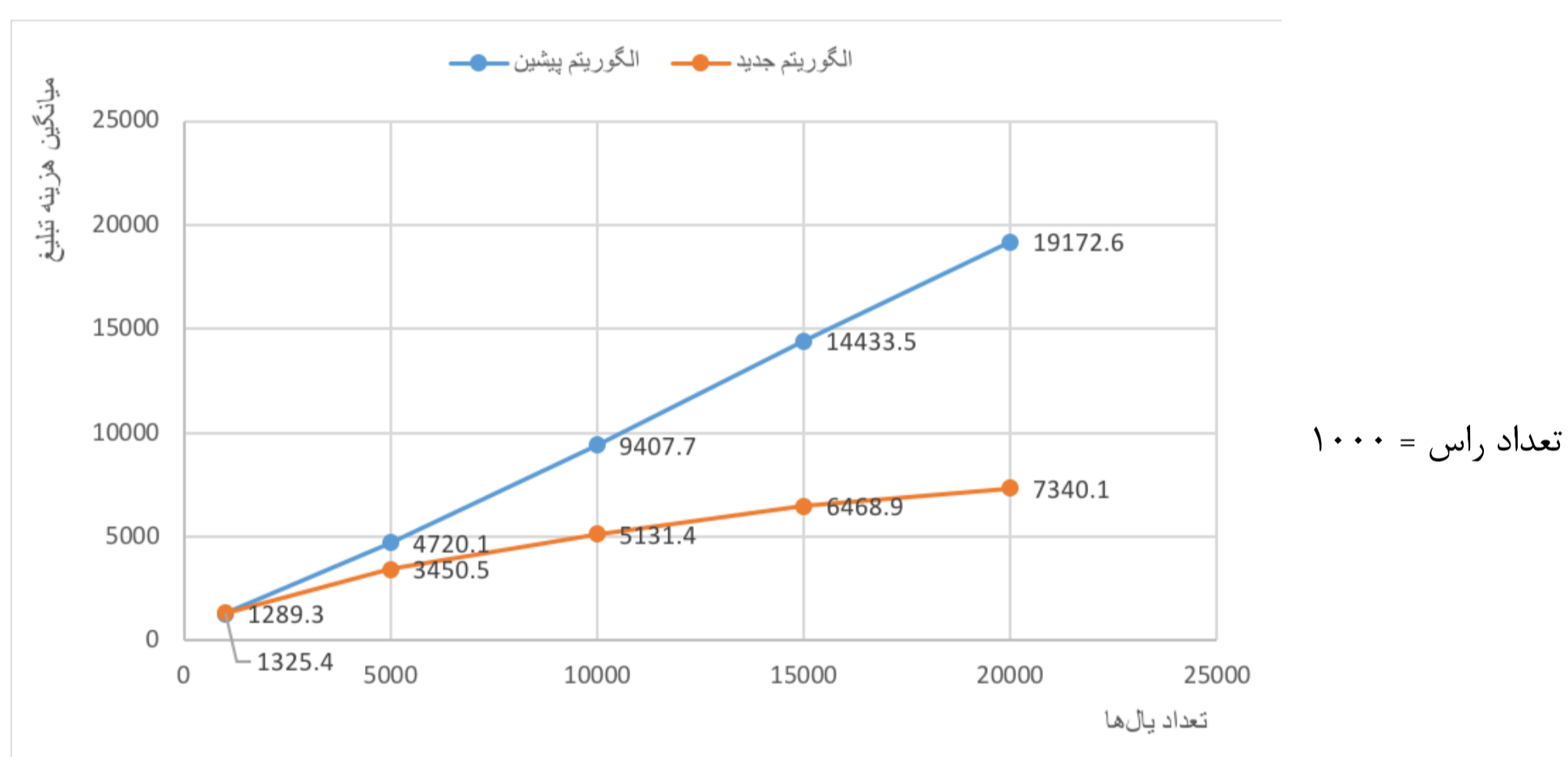
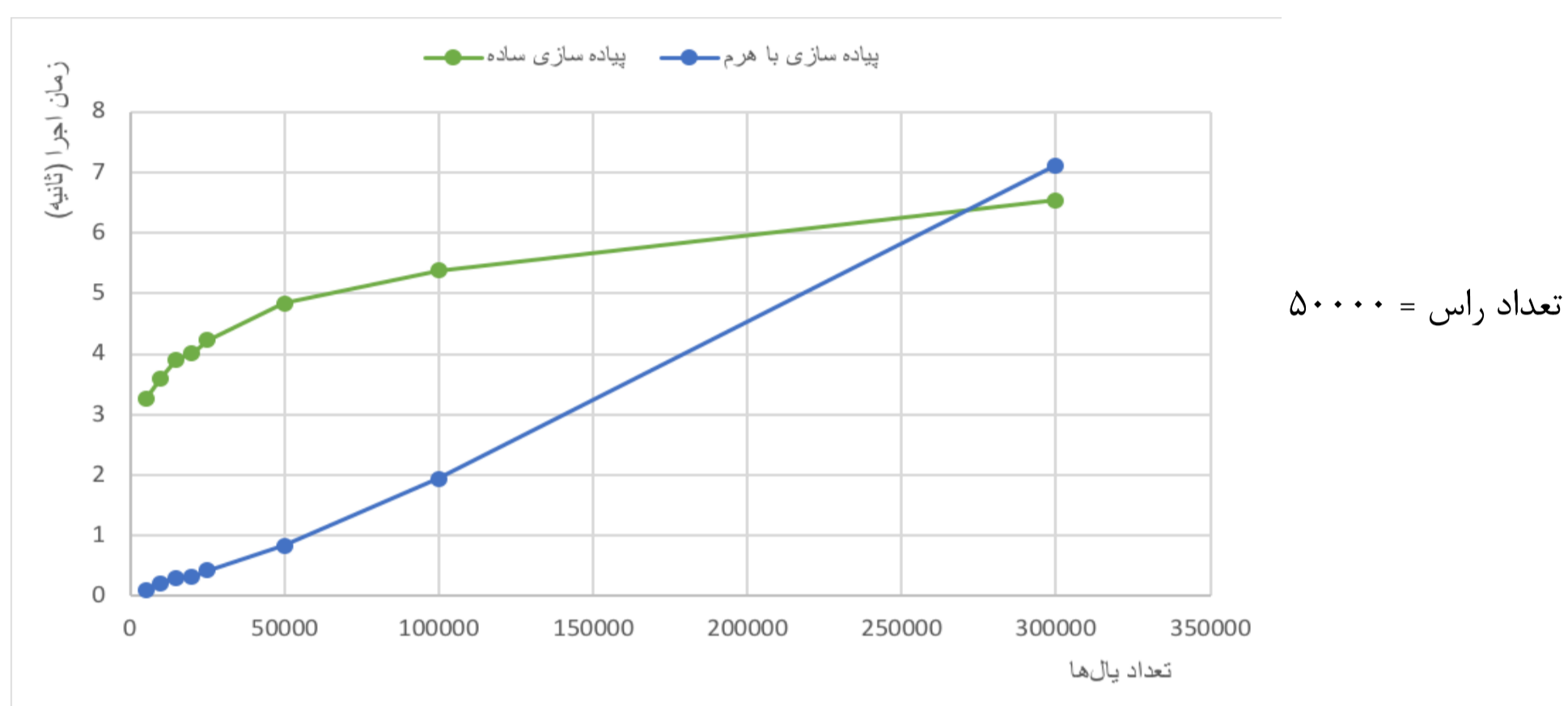


دانشجو: مهسا قزوینی نژاد  
استاد راهنما: بهنام بهرک  
دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه تهران



## نتایج

نتیجه حاصل از مقایسه دو پیاده‌سازی برای حل زیربهبینه مسئله کوچکترین مجموعه غالب در گراف‌های ساده در شکل اول مشخص است. همچنین نتیجه حاصل از مقایسه الگوریتم جدید ارائه شده و الگوریتم پیشین نیز برای حل زیربهبینه مسئله کوچکترین مجموعه غالب در گراف‌های وزن دار راسی نیز در شکل دوم مشخص است.



## جمع بندی

در مسئله کوچکترین مجموعه غالب در گراف‌های ساده (شکل اول قسمت نتایج) با توجه به نسبت تعداد یال به راس در گراف‌های شبکه اجتماعی، به نظر می‌آید که پیاده‌سازی دوم یعنی پیاده‌سازی با هرم برای این کار بسیار مناسب‌تر است. همچنین به کمک الگوریتم بررسی شده در مسئله مجموعه غالب در گراف‌های وزن دار راسی (شکل دوم قسمت نتایج) می‌توان هزینه تبلیغات در فضای مجازی را به مقدار قابل توجهی کاهش داد.

پیدا کردن کوچکترین مجموعه غالب همبند، کوچکترین مجموعه غالب در گراف‌های جهت‌دار و همچنین پیدا کردن عدد غالب رومی از مسئله‌های مشابه در این زمینه به حساب می‌آید که با روش‌های مشابه در آینده می‌توان به آن‌ها پرداخت.

## مراجع اصلی

1. F. Vazquez-Araujo, A. Dapena, M.J. Souto-Salorio, P.M Castro, Calculation of the Connected Dominating Set Considering Vertex Importance Metrics. Entropy 2018, 20, 87.
2. A. Gagarin, A. Poghosyan, V.E. Zverovich, Randomized algorithms and upper bounds for multiple domination in graphs and networks, Discrete Appl. Math. 161 (2013) 604–611.
3. D.V Greetham, A. Poghosyan, N. Charlton, Weighted  $\alpha$ -rate dominating sets in social networks, Department of Mathematics and Statistics Preprint MPS-2014-22 27 June 2014.
4. R. Jovanovic, M. Tuba, D. Simian, Ant colony optimization applied to minimum weight dominating set problem, Proceedings of the 12th WSEAS international conference on Automatic control, modelling & simulation, p.322-326, May 29-31, 2010, Catania, Italy

## مقدمه

یکی از مهم‌ترین روش‌های مرسوم برای تحلیل روابط موجود در شبکه‌های اجتماعی و استفاده از داده‌های آن‌ها، الگوریتم‌های نظریه گراف است. یکی از مسئله‌های کاربردی در حوزه نظریه گراف که در این پروژه به آن پرداخته می‌شود، مسئله پیدا کردن کوچکترین مجموعه غالب است.

یک مجموعه غالب زیرمجموعه‌ای از راس‌های گراف است که تمامی رئوس گراف، یا عضو این مجموعه باشند یا حداقل یک همسایه درون این مجموعه داشته باشند.

- (a) از آنجایی که برای حل بهینه مسئله کوچکترین مجموعه غالب در زمان چندجمله‌ای الگوریتم قطعی ارائه نشده است، پیدا کردن و بهینه‌سازی الگوریتم‌های غیرقطعی زیربهبینه که در زمان مناسبی قادر به حل این مساله باشند، از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است.
- (b)
- (c)

## کاربردها

یکی از روش‌های اصلی تبلیغات کم‌هزینه و موثر در شبکه‌های اجتماعی استفاده از کوچکترین مجموعه غالب است. این کار با انتخاب کم‌هزینه‌ی افرادی که اگر تبلیغ یا خبری را منتشر کنند، می‌توانیم مطمئن شویم که همه کاربران تبلیغ یا خبر مورد نظر را دیده‌اند، میسر می‌شود.

حالت پیچیده‌تر این مسئله بررسی گراف وزن دار شبکه اجتماعی است به این صورت که وزن هر راس بیانگر مبلغ درخواستی کاربر متناظر برای گذاشتن خبر یا تبلیغ در صفحه شخصی خود باشد، با حل مسئله مجموعه غالب وزن دار می‌توان هزینه بهینه را برای قرار دادن تبلیغ در شبکه‌های اجتماعی به دست آورد.

## روش پیشنهادی

به منظور بهینه‌سازی زمانی الگوریتم حل زیربهبینه مسئله کوچکترین مجموعه غالب در گراف‌های ساده، از هرم بیشینه استفاده کردیم و پیچیدگی زمانی این الگوریتم از  $O(ne)$  به  $O\left(\frac{e^2}{n} \log n\right)$  تغییر پیدا کرده که با توجه به تراکم گراف و نسبت یال به راس هر کدام از پیاده‌سازی‌ها می‌توانند کارآمد باشند.

زیرمسئله دیگر بررسی شده، حل زیربهبینه مسئله کوچکترین مجموعه غالب در گراف‌های وزن دار راسی است. در روش پیشنهادی با مجموعه D تهی شروع می‌کنیم و در هر مرحله راسی را اضافه می‌کنیم که نسبت مجموع وزن رئوس همسایه بسته‌ی پوشیده نشده‌ی آن به وزن راس مورد نظر بیشینه باشد. این کار را آن قدر ادامه می‌دهیم که مجموعه D به مجموعه غالب تبدیل شود.